

Ἡ ἔκθεσις τῆς ὕλης γίνεται μετὰ τὴν ἀπλότητα καὶ τὴν σαφήνειαν, ἡ ὁποία παρατηρεῖται εἰς ὅλας τὰς ἐπιστημονικὰς πραγματείας τοῦ κ. Μπρίκα. Ὁ ἀναγνώστης ὄχι μόνον δὲν δυσκολεύεται νὰ κατανοήσῃ τὰ ἐκτιθέμενα προβλήματα τῆς θεωρίας τῶν ἐπιφανειῶν, ἀλλὰ τὸναντίον ἐκ τῆς σπουδῆς αὐτῶν αἰσθάνεται πραγματικὴν ἀπόλαυσιν. Διότι ἀκριβῶς ὁ κ. Μπρίκας μετὰ τὴν χαρακτηρίζουσαν αὐτὸν σαφήνειαν καὶ ἀκριβολογίαν καθιστᾷ αὐτὰ εὐκόλως κατανοητὰ. Ὁ ἐνδιαφερόμενος ἀναγνώστης, πρὸ παντὸς ὅμως οἱ φοιτηταὶ τῶν Πανεπιστημίων μας, θὰ εὗρουν εἰς τὸ βιβλίον τοῦ κ. Μπρίκα, Μαθήματα Θεωρίας Ἐπιφανειῶν, ἕνα πολύτιμον σύντροφον καὶ ὄδηγόν. Ὁ κ. Μπρίκας διὰ τοῦ ὑπὸ κρίσιν Δευτέρου Τεύχους προσφέρει ὑψίστην ὑπηρεσίαν εἰς τὴν Ἑλληνικὴν Μαθηματικὴν Βιβλιογραφίαν καὶ Ἐπιστήμην, τὴν ὁποίαν τόσον πλουσίως ἔχει ἐνισχύσει διὰ τῶν ἐπιστημονικῶν του δημοσιεύσεων, καθιστάμενος οὕτω συνεχιστὴς τοῦ ἔργου καὶ τῶν παραδόσεων τῶν διαπρεπῶν μαθηματικῶν τῆς νεωτέρας Ἑλλάδος οἱ οἵ ἦσαν, οἱ ἀειμνηστοὶ καθηγηταὶ Νικόλαος Χ. Νικολαΐδης, Ἰωάννης Χατζιδάκης, Κυπάρισσος Στέφανος, Γεώργιος Ῥεμουῆδος, Νικόλαος Ἰ. Χατζιδάκης, Παναγιώτης Σπ. Ζερβός.

ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗΣ

\* \*

**ΘΕΟΔΩΡΟΥ Α. ΒΟΥΤΕΤΑΚΗ**, *Γενικὴ Θεωρία τῶν Συνόλων*, Ἀθῆναι 1963, σελ. 279, σχ. 8ον.

Ἄφ' ὅτου ἀπὸ τοῦ 1873 ὁ G. Cantor ἤρχισε νὰ κάμῃ λόγον περὶ τῆς ἐπικληθείσης «Mengenlehre», δηλ. θεωρίας περὶ πληθῶν, ἡ ὁποία παρ' ἡμῖν μετεφράσθη διὰ τοῦ ὄρου θεωρία συνόλων, ἐσημειώθη ἀρκετὴ κίνησις ὀπαδῶν καὶ ζηλωτῶν, ὅπως συμβαίνει μετὰ πᾶσαν καινοτομίαν. Ἡ κατὰ τὸν 20ον αἰῶνα μεγάλη στροφή τῆς ψυχολογικῆς καὶ παιδαγωγικῆς ἐπιστήμης πρὸς τὰς μεθόδους τῆς ἐποπτείας καὶ τὴν ἰδέαν τῆς ὁλότητος (Holismus) ἠνύνησε κατὰ πολὺ καὶ τὴν διάδοσιν εἰς τὴν περιοχὴν τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης οὐ μόνον τῆς ἐποπτείας ἀλλὰ καὶ τῆς θεωρίας τῶν συνόλων. Ἀπὸ τοῦ 1900 ὁ Felix Klein, ὅστις ἀπὸ τῶν ἀρχῶν τοῦ ἐπιστημονικοῦ του σταδίου εἶχεν ἐνθουσιασθῆ μετὰ τὴν θεωρίαν τῶν ομάδων (Gruppentheorie) κατέβαλε μεγάλην δραστηριότητα διὰ νὰ εἰσαχθοῦν καὶ εἰς τὰ γυμνασιακὰ προγράμματα αἱ νέαι μαθηματικαὶ θεωρίαι καὶ νὰ συνδεθοῦν διὰ μέσου ἐποπτικῶν ἀπλουστεύσεων τὰ γυμνασιακὰ μαθηματικά μετὰ τὰς θεωρίας τὰς διδασκόμενας εἰς τὰς ἀνωτέρας σχολάς. Φιλότιμοι πρὸς τοῦτο καταβάλλονται προσπάθειαι, ἀλλὰ καὶ πολλὰ ἐμπόδια ἐπιπροσθούν. Πολλοὶ ἐκ τῶν ἐμφανισθειῶν κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη νεωτέρων θεωριῶν εὐρίσκονται εἰσέτι ὑπὸ συζήτησιν καὶ ἀμφισβήτησιν, ὡς πρὸς τὰς θεμελιωτικὰς των βάσεις. Ἐκ παραλλήλου ἢ προσπάθεια χρησιμοποίησεως ἐποπτικῶν μέσων παραστάσεως ὑπάρχει φόβος νὰ ἐπιφέρῃ ἀναστολὴν εἰς τὴν περαιτέρω πρόοδον ἐγκλείουσα τὴν μαθηματικὴν σκέψιν εἰς μορφὰς ἐκφράσεως δεσμευούσας τὴν προχώρησιν τοῦ πνεύματος. Διὰ τοῦτο αἱ νέαι θεωρίαι πρέπει νὰ ἐξετάζωνται μετὰ μεγάλης βεβαίως στοργῆς, ἀλλὰ καὶ προσοχῆς, ὡς ἀποκλειστικῆ δὲ δικλείς ἐπαληθεύσεως πρέπει νὰ χρησιμοποιῆται ἡ ὑπὸ τῶν ἀρχαίων ἑλληνικῶν μαθηματικῶν ἀπαρτισθεῖσα μαθηματικὴ θεωρία, τῆς ὁποίας τὴν ὑπερχρονικὴν ἀξίαν ἔχει βεβαιώσει ἡ θριαμβευτικὴ τῆς καὶ γόνιμος διὰ μέσου τῶν αἰῶνων ἐπιβίωσις. Ὑπὸ τὰς ἀνωτέρω σκέψεις εὐρισκόμεθα εἰς τὴν εὐχάριστον θέσιν νὰ κρίνωμεν τὸ νέον βιβλίον ὑπὸ τὸν τίτλον Γενικὴ Θεωρία τῶν Συνόλων, τὸ ὁποῖον ἐξέδωκεν ὁ διακεκριμένος μαθηματικὸς Θεόδωρος Α. Βουτετάκης. Ἐν ἀρχῇ τοῦ βιβλίου του ὁ συγγραφεὺς ἐκθέτει δι' ὀλίγων τὰ τῆς ἐννοίας τοῦ συνόλου καὶ προσθέτει ὅτι ὁ διακατὴς πόθος νὰ συμβάλῃ εἰς τὸν ἐκσυγχρονισμόν τῆς Παιδείας τῆς Πατρίδος μας

ώδηγησεν αὐτὸν εἰς τὴν συγγραφὴν τοῦ ὑπὸ κρίσιν βιβλίου, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ εἰσαγωγὴν εἰς τὴν γενικὴν θεωρίαν τῶν συνόλων. Προσθέτει δὲ ὅτι μερικά θεωρήματα καὶ προτάσεις μεγάλης σημασίας, ὅπως π. χ. τὸ θεώρημα τῆς καλῆς διατάξεως (Wohlordnungssatz), τὸ θεώρημα τῆς ἐπιλογῆς καὶ αἱ ἐφαρμογαὶ του, αἱ ὁμάδες εἰς τὴν θεωρίαν τῶν συνόλων, διμελῆ σύνολα κλπ. μὲ εἰσαγωγὴν εἰς τὴν Γενικὴν Τοπολογίαν περιέχονται εἰς τὸν δεῦτερον τόμον τοῦ παρόντος ἔργου.

Ἡ ὕλη τοῦ βιβλίου κατανέμεται εἰς τὰ ἑξῆς XI κεφάλαια :

- I. Πεπερασμένα σύνολα
- II. Ἡ ἔννοια τῆς ἰσοδυναμίας διὰ πεπερασμένων συνόλων
- III. Ἄπειροσύνολα
- IV. Ἀριθμήσιμα καὶ μὴ σύνολα
- V. Ὑπαρξίς ἀπειρίας πληθαρῶν
- VI. Πράξεις μὲ τοὺς πληθαρῶν
- VII. Αἱ συναρτήσεις. Τὸ σύνολον  $\Psi^x$ . Δυνάμεις
- VIII. Περὶ τῶν διατεταγμένων συνόλων
- IX. Περὶ τῶν γραμμικῶν σημειοσυνόλων
- X. Κυκλικαὶ διατάξεις
- XI. Μερικὰ εἶδη γενικῶν συνόλων.

Ἡ διάταξις τῆς ὕλης τοῦ βιβλίου εἶναι συμμετρικὴ, ἡ δὲ ἔκθεσις αὐτῆς γίνεται κατὰ λίαν ἐπαγωγικὸν τρόπον, ὥστε ὁ ἀναγνώστης νὰ μὴ συναντᾷ δυσκολίαν τινα εἰς τὴν κατανόησιν τῶν διαφόρων ἐννοιῶν καὶ τῶν θεωρημάτων. Ὁ κ. Θεόδωρος Βουτετάκης καίτοι εἶναι νέος ἐπιστήμων καὶ νέος συγγραφεὺς, ἐν τούτοις παρουσιάζει τὸ μέγα προσὸν νὰ εἶναι σαφής. Κατέχει τελείως τὴν ὑπὸ διαπραγματέυσιν ὕλην καὶ εἶναι εἰς θέσιν νὰ καθιστᾷ κατανοητὰ καὶ τὰ δυσκολώτερα τῶν ἐκτιθεμένων θεωρημάτων καὶ τὰς δυσκολωτέρας μαθηματικὰς ἐννοίας ἐκ τῆς θεωρίας τῶν συνόλων. Καθ' ὅσον τοῦλάχιστον δυνάμεθα νὰ κρίνωμεν ἐκ τῶν γνωστῶν εἰς ἡμᾶς βιβλίων, τὸ βιβλίον τοῦ κ. Βουτετάκη εἶναι τὸ πληρέστερον εἰς τὸ εἶδος του. Δὲν εἶναι δὲ καθ' ὅλου ὑπερβολὴ ἐὰν σημειώσωμεν ὅτι ἡ ὑπὸ κρίσιν Γενικὴ Θεωρία τῶν Συνόλων εἶναι ἐφάμιλλος τῆς θεωρίας τῶν συνόλων τοῦ διαπρεποῦς Γερμανοῦ καθηγητοῦ Abraham Fraenkel. Εἶναι δὲ γνωστὸν ὅτι ὁ κ. Fraenkel ἔχει ἀφιερῶσει ὀλόκληρον τὴν ζωὴν του εἰς τὴν ὑποστήριξιν τῆς θεωρίας τῶν συνόλων. Ἀλλὰ καὶ πρὸς τὴν θεωρίαν τῶν συνόλων τοῦ Ῥώσου καθηγητοῦ R. S. Alexandroff (μετάφ. εἰς τὴν Γερμανικὴν ὑπὸ τὸν τίτλον *Einführung in die Mengenlehre und die Theorie der Reellen Funktionen*, 1956, Berlin), συγκρινομένη ἡ θεωρία τῶν συνόλων τοῦ κ. Βουτετάκη παρουσιάζεται ἐπίσης ἐφάμιλλος. Ἄνευ δισταγμοῦ δυνάμεθα νὰ εἰπώμεν ὅτι ὁ συγγραφεὺς κατῴρθωσε διὰ τῆς ὑπὸ κρίσιν πραγματείας νὰ παρουσιάσῃ τὴν θεωρίαν τῶν συνόλων μὲ σαφήνειαν καὶ ἀπλότητα. Τὸ πλῆθος τῶν συναφῶν ἀσκήσεων καὶ παραδειγμάτων, ἅτινα ἔχουν ἐκλεγῆ μὲ πολλὴν δεξιότητα, καθιστοῦν τὸ βιβλίον χρήσιμον, ὅχι μόνον εἰς τοὺς μαθηματικούς ἀλλὰ καὶ εἰς ὄλους ἐκεῖνους, οἱ ὅποιοι ἀσχολοῦνται μὲ τὰς θετικὰς ἐπιστήμας γενικῶς. Τὸ βιβλίον τοῦ κ. Βουτετάκη ἀποτελεῖ ἀξιόλογον ἐπιστημονικὴν ἐργασίαν, ἂν μάλιστα ληφθῶν ὑπ' ὄψιν τὰ κεφάλαια περὶ συναρτήσεων, περὶ διατάξεων κλπ. εἰς τὰ ὁποῖα ἡ πρωτότυπος ἐπιστημονικὴ δημιουργία του εἶναι ἐμφανής. Ὁ συγγραφεὺς διὰ τῆς ἐκδόσεως τοῦ ὑπὸ κρίσιν βιβλίου προσέφερε μεγάλην συνδρομὴν εἰς τὴν Ἑλληνικὴν Μαθηματικὴν Ἐπιστήμην. Λίαν εὐστόχος ὁ κ. Βουτετάκης ἔχει ἀφιερῶσει τὸ βιβλίον του, ἐκτὸς τῆς σεβαστῆς Μητροῦς του καὶ εἰς τὴν σεβαστὴν Ἀθηναίαν Δέσποιναν Χαρκίλειαν Παναγιώτου Ζερβοῦ, τὴν σύζυγον τοῦ ἀειμνήστου καθηγητοῦ, ὅστις πρῶτος ὠμίλησε καὶ ἔγραψεν ἐν Ἑλλάδι περὶ τῆς θεωρίας τῶν Συνόλων πρὸ τεσσαράκοντα περίπου ἔτων.

ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗΣ